Primeri teorijskih pitanja za kolokvijum/pismeni ispit
Matematika 2 (Fizicka hemija)
(Na testu dolazi nekoliko zadataka ovog tipa, ne nužno isti zadaci.)

1. Navesti primer jednog broja sa kojim treba pomnožiti $1 + i$ kako bi se dobio realan broj.
Rešenje: $1 - i$.
2. Izraziti $2(\cos(45°) + i \sin(45°))$ u obliku $x + iy$.
Rešenje: $\sqrt{2} + \sqrt{2}i$.
3. Koristeći Moavrovu formulu izračunati z^6 gde je $z = 2(\cos(45°) + i \sin(45°))$.
Rešenje: $z^6 = -64i$.
4. Ako su $z = x + iy$ i $w = a + ib$ kompleksni brojevi, zaokruziti **sva** tvrđenja koja su tačna:
(a) $|z| = \sqrt{x + y}$
(b) $|z| = |\overline{z}|$
(c) $|z|^2 = z \cdot \overline{z}$
(d) $\overline{z \cdot w} = \overline{z} + \overline{w}$
Rešenje: Tačni odgovori su pod (b) i (c).
5. Neka je $V = \{(x, y, 1)|x, y \in \mathbb{R}\}$. Da li je V vektorski podprostor od $\mathbb{R}^3$? Obrazložiti odgovor.
Rešenje: Nije. Ako su $x, y \in V$, $x = (x_1, x_2, 1), y = (y_1, y_2, 1)$, *vektor* $x+y = (x_1+y_1, x_2+y_2, 2) \notin V$.
6. Neka je V vektorski prostor dimenzije 5 i neka je S podskup skupa V čiji elementi su linearno zavisni. Zaokruziti **sva** tvrđenja koja su tačna:
(a) Skup S mora sadržati najmanje 5 elemenata.
(b) Skup S mora sadržati beskonačno mnogo elemenata.
(c) Skup S može sadržati proizvoljan broj elmenata (osim 0).
(d) Skup S je pokrivac od V.
(e) Skup S je baza od V.
Rešenje: Jedini tačan odgovor je pod (c).
7. Ako je $S = \{v_1, ..., v_n\}$ baza vektorskog prostora V, onda se svaki vektor $v \in V$ može zapisati na jedinstven način kao linearna kombinacija vektora iz S. Dokazati.
Rešenje: dokaz rađen na času.
8. Ako su A i B matrice dimenzija 6×6 takve da $\det(A) = -10$ i $\det(B) = 5$, odrediti:
(a) $\det(3A)$
(b) $\det(A^T B^{-1})$.
Rešenje: (a) $\det(3A) = 3^6 \cdot \det(A) = 729 \cdot (-10) = -7290$. *(b)* $\det(A^T B^{-1}) = \det(A^T) \cdot \det(B^{-1}) = \det(A) \frac{1}{det(B)} = -10 \cdot \frac{1}{5} = -2$.
9. Ako je matrica A invertibilna, onda je njen inverz jedinstven. Dokazati.
Rešenje: dokaz rađen na času.
10. Po definiciji, za red $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ gde $a_n \in \mathbb{R}, n = 1, 2, ...$ se kaže da konvergira ako (zaokruziti **sva** tvrđenja koja su tačna):
(a) Postoji realan broj S takav da niz $|a_1|, |a_2|, |a_3|, ...$ konvergira ka S.
(b) Važi $a_{n+1} < a_n$ za svako $n \geq 1$.
(c) Postoji realan broj S takav da niz $a_1, a_2, a_3, ...$ konvergira ka S.
(d) Niz $a_1, a_2, a_3, ...$ konvergira ka 0.
(e) Postoji realan broj S takav da niz parcijalnih suma $a_1 + a_2 + ... + a_n$ konvergira ka S.
Rešenje: Jedini tačan odgovor je pod (e).
11. Neka stepeni red $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$, $a_n \in \mathbb{R}, n = 1, 2, ...$ konvergira za $x = 3$ i divergira za $x = 5$. Za svaku od narednih tačaka zapisati da li red konvergira, divergira ili ne postoji dovoljno informacija da bi se utvrdila konvergencija:
Rešenje: Za radijus konvergencije je $3 \leq R < 5$:
(a) $x = 0$ *konvergira*
(b) $x = 2$ *konvergira*
(c) $x = 4$ *ne postoji dovoljno informacija*
(d) $x = 6$ *divergira*
(e) $x = -1$ *konvergira*
(f) $x = -4$ *ne postoji dovoljno informacija*
(g) $x = -5$ *divergira*

12. Odrediti prva tri člana razvoja funkcije $f(x) = \frac{\cos(x)}{1+x}$ u Tejlorov red u okolini tačke $x = 0$.

Rešenje: $f(x) = 1 - x + \frac{x^2}{2} + \ldots$.